

美国高中数学教材的启示

重庆师范大学数学与计算机科学学院 400047 熊丙章 刘丽颖

随着我国新一轮高中数学课程改革的深入发展,教材作为数学课程改革中一个不可忽略的因素,其建设的必要性、迫切性被人们所认同.但怎样改革才更有效、更合理地贯彻高中数学课程标准的基本理念与要求?借鉴与参考国外教材的一些做法,无疑会促进我们的教材改革工作.为此,笔者选取美国部分学校正在使用的一套高中数学教材(以下简称教材^[1]),美国芝加哥大学开发的中学数学教材(以下简称教材^[2])兼及其他高中数学教材,探讨其对我国高中数学教材建设的几点启示.

1 应进一步加强数学应用

美国高中数学教材十分重视数学应用,特别是在实际生活中的应用.本文所涉及的数套教材更是从多角度、多层次编排了数学应用的内容,教材中有关数学应用的例子和习题比比皆是.例如,教材^[1]在习题部分中专门设计了应用版块,其内容涉及物理学、化学、生物学、地理、历史、建筑、文化、商业、家庭理财等多方面.教材^[2]更是以应用和模型化为主线,结合纯数学的体系编排教材内容.与上述应用相关的一个问题是,教材^[2]中许多内容进行了“模型化”处理,也值得我们在教材设计中借鉴.

另外,值得引起注意的是,教材^[1]辟有不少小栏目,其中有些栏目就是关于数学应用的.如职业介绍这一栏目,就是专门介绍各行各业中应用数学的事例.教材^[2]在课文末了的习题部分里,设有“探究”栏目,要求

学生去调查研究.如,调查一下你所在的城市或州里艾滋病人数增长的情况,并分析怎样的函数(线性函数,或指数函数,或对数函数)能最好地作为那些数据的模型.

应该说,我国的高中数学教材是相当重视数学应用的.但另一方面,我们应自觉反对一些简单做法.加强数学应用不仅仅是在例题或习题中增加几个应用题,而是要在教材中贯穿应用意识,突出数学应用的思想方法,增强应用的实践性、综合性.从数学应用角度看,高中数学教材的编写应特别重视如下两条基本原理^[3]:教材设计力图追求“社会·知识·学生”的有机统一;教材组织力图体现“方法·学法·教法”的融于一体.

2 重视问题解决

问题解决是美国数学教育持续关注的话题.从美国数学课程标准1989(或2000)看,其中一个重要的课程目标就是问题解决:通过问题解决建立新数学知识;发展在数学内外的情景中去形式表示、抽象、一般化的气质;应用广泛的各种方法去解决问题并使这些方法适合新的情景;用解决问题来监控和反映他们的数学思维.进而,两个标准认为具有解决数学问题的能力是具有数学素养的重要标志.

基于这些理念,教材^[1]每章都设有专门的课节用于对问题解决策略和应用的介绍.另外,该教材也十分强调问题解决的步骤,具体按:理解问题、设计求解策略、完成解答、解释结果四步进行说明,这对培养学生良好的

问题解决的习惯是有很大帮助的. 在此基础上,教材^[1]还小结了在问题解决过程中常使用的一些策略. 如,画图、列表、建立模型、猜测与验证、建立子目标等. 下面是教材^[1]提供的一个问题解决策略例题:

汤姆有一个长宽大约分别是 16 英尺和 12 英尺矩形花园. 他想现在在原来基础上扩大相同数目的长和宽,使其面积增加 165 平方英尺. 问现在花园的面积是多少?

理解问题:已知条件是哪些?汤姆的花园是一个长宽分别是 16 和 12 英尺的矩形花园. 他增加 165 平方英尺是通过增加相同数目的长与宽实现的. 结论是什么?问现在花园的面积.

设计求解策

略(选择策略):画图、列表如图 1,令 x 表示每边新增加的长度,那么 $16 + x$ 表示现在的长; $12 + x$ 表

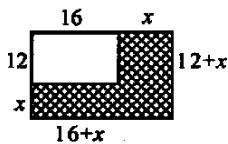


图 1

示现在的宽. 又长方形的面积是长乘宽. 所以,新面积 = 原来的面积 + 增加的面积.

完成解答: $(16 + x)(12 + x) = 16 \times 12 + 165$, $192 + 28x + x^2 = 192 + 165$, $x^2 + 28x - 165 = 0$, $(x + 33)(x - 5) = 0$ 因式分解) $x = -33$ 或 $x = 5$.

解释结论:陈述答案,舍负数解,每边应加 5 英尺;检查答案:新面积是否等于原来的面积加上增加的面积呢?现在的长是 $16 + 5 = 21$ 英尺,现在的宽是 $12 + 5 = 17$ 英尺. $21 \times 17 = 16 \times 12 + 165$, $357 = 357$ 成立.

从上述角度反观我国的高中数学教材建设,其启示是多方面的.

(1) 创设问题情境是问题解决的首要问题,是把学生引进问题解决的关键环节. 因此,教材可抓住学生熟悉的现实问题作为新

内容的引入,这种引入方式不仅有利于创设主动的问题情境,而且有利于学生体会到数学和每个人都有联系,数学就在你身边,从而吸引学生到学习中来.

(2) 数学概念、数学命题等内容应采用问题情境——建立模型——解释——应用与拓展的基本叙述方式来编排. 很多数学概念,象集合等都是人们从现实世界广泛抽象而得. 若在教材编排上能从问题情境出发,通过建立模型,逐步抽象出数学概念,然后用其解决实际问题,可以使学生既认识到数学概念源于现实,又认识到数学概念应用的广泛性.

(3) 鼓励解决问题策略多样化. 教材应关注学生的个性差异,其内容设计应反映学生思维方式的多样化和思维水平的不同层次. 为此,教材应允许学生表达自己对问题的不同理解,采取自己认为合适的解决问题策略,呈现解决问题策略多样化.

(4) 增加实践内容. 问题解决的过程是一个发现、探索与创造的过程. 因此,让学生亲自参与问题解决的过程就显得尤为重要. 比如,在介绍完指数和对数函数后,可设计一个探索栏目,让学生到附近银行看看利率,考虑做一个投资,在有限时间得到最大回报的方案.

3 注重数学联系

3.1 重视数学不同内容和不同分支间的内在联系

美国高中数学教材注重渗透数学的整体观念,这有助于学生领悟到数学是一个有机整体而不是一堆孤立的东西. 如教材^[1]注重函数、方程、不等式的联系;向量与几何、代数、三角恒等变形的联系. 另外,该教材还甚为重视新旧知识的联系. 如在引入或讲解新概念的时候,总会采用复习的方式重现一些

与新知识相联系的旧知识.

美国高中数学教材处理不同分支间的内在联系时,比较有代表的处理方法是“使用跨分支的综合数学教材”^[4].如迈克道格公司出版的《整体数学》,按照该教材的安排,学生在高中的三个年级同时学习代数、几何的内容,而且,逻辑推理、度量、概率、统计、离散数学和函数等专题在每个学年交替呈现.12年级(高中第四学年)学生可以选学计算机科学或微积分.

尽管我国高中数学课程内容被划分为不同模块或专题,但数学是一个不可分割的整体.教材编写应体现相关内容的联系.具体做法可以是采用混编方式组织教材内容,并采用螺旋式方法逐一介绍.

3.2 重视数学与生活间的联系

生活和生产实际是数学发生发展的源泉和动力,也是展示数学魅力的关键所在.综观世界数学课程改革的发展趋势,强调数学与现实生活的联系已成为各个国家课程改革的方向.美国高中数学教材也不例外.

一方面,教材注重生活问题数学化.教材^[2]中的很多素材就来源于生活实际,它在其中收集了许多发生在人们生活中的真实的数学问题.如,据一微波炉的说明书所载,凡食品量 p 加倍时,则煮熟它所需时间 $T(p)$ 就增加 1.5 倍.设煮熟一份食品需用 10 分钟,问煮熟 5 份食品所需的时间 x (其中 $T(p) = 10p^{0.585}$)

另一方面,教材注重数学知识生活化.例如^[5],斜率是高中数学的一个重点,若能把它和日常生活中的速度、频率联系起来,学生就会容易理解得多.所以,在讨论 $y = mx + b$ 中的斜率 m 时,CM 教材(美国的一套数学教材)不是一味地讨论斜率,而是变换场景,让学生从不同感性生活的例子来理解斜

率.如在“走路”这个场景中, m 表示的是速度、时间、距离三变量中的速度;在“分期付款”的场景中 m 则变为每周固定付款的数额;而在“租用溜冰鞋”的场景中 m 则成为租借每双鞋的费用.

3.3 重视数学与其他学科的联系

随着科学技术的进步和数学自身的发展,数学与其他学科的联系越来越多.如物理与数学的联系较为紧密.物理为数学提供创设问题的情境,数学为物理提供解决问题的方法.如前所述,教材^[1]在注重数学应用中,就注意数学与物理学、化学、生物学、地理、历史、建筑学等多方面的联系.这使学生在一个比较广阔的知识上获得对数学多维度、多层面的认识、获得对其他学科的真正理解,有助于学生在一个综合知识背景下形成良好的数学素质.

4 突出数学史内容

从历史上看,美国数学教材有重视数学史的传统.早期的数学教材中,常以大幅数学家的照片,冠以每章内容之前,照片下面或者反面则是数学家的简介,以后逐步变化.

教材^[1]就非常重视数学史内容,并注意将数学史知识紧扣教学内容.有时在教学内容附近介绍有关数学史的内容,有时则将数学史的内容作为一章或一节的引入材料.例如,在介绍集合知识的时候,就介绍了十九世纪数学家康托(Georg Cantor 1884—1918)发展了测量集合中元素个数的方法,康托利用一一对应关系,证明有些无限集合大于其他集合.如实数集就大于整数集,尽管两个集合都有无限多个元素.

另外,值得引起注意的是,教材^[1]在介绍完数学史后,设有一个叫做调查的栏目.它在其中提出一些理论与实际的问题,要求学生去调查研究.如,查阅一下康托或其他

数学分支应用集合理论的情形.

相比之下,我国教材仅仅把数学史当作“阅读材料”,不入正文.美国教材注重数学史与教材紧密结合的做法值得借鉴.另外,我们应关注这样的观点^[6]:数学史融入中学数学教材,应该有总体上合理的布局及介绍的视角,且所插入的数学史内容应与教材恰当地融合.

5 注重数学与信息技术的整合

一方面,信息技术的发展已经深刻地改变了数学世界,并影响到学生的数学学习内容和学习方式.另一方面,随着信息技术的迅猛发展,数学兼有科学和技术的双重身份,现代科学技术越来越表现为一种数学技术.数学与信息技术的相互促进与紧密结合,应反映在数学教育中.

美国数学课程标准(2000)除了把技术原则作为6项原则之一外,还专门为书面版标准配备相应的网络版标准.相应地,美国高中数学教材特别重视计算机和图形计算器在教与学中的应用.教材^[1]在序言中明确指出,计算机和图形计算器的应用贯穿全书,恰当的使用这些能帮助学生更多的学习数学,并发展他们对数学的深刻理解.这使学生把精力集中在问题的思考和探究上,促进学生的数学学习.

为此,教材^[1]的许多地方(如课堂教学、课外作业以及实践活动)都涉及信息技术的运用.例如,计算器的使用,虽然该教材注意学生估算、心算等技能的学习,但也鼓励学生恰当的使用计算器来解决计算问题.又例如,动态几何软件(或几何画板)在数学活动中的应用等方面.利用几何画板作一次函数的图象,这既使数学表示精确,而且也使它的动态效果能加深学生对知识的理解和掌握.另

外,该教材更是专门辟有信息技术应用的课节,鼓励学生应用信息技术进行探究学习等数学活动.

当前,我国的数学课程标准也从多方面强调信息技术与课程内容的整合.那么,教材应如何体现整合?这是教材编写中值得注意和进一步思考的问题.

6 呈现方式多样化

美国高中数学教材注重图文并茂.教材较多采用彩色图画和照片调动学生的视觉,并在图片旁边配以文字说明,而且,文字力求通俗易懂.另外,教材把重点内容或概念用彩色或黑体字醒目地标出来,甚至用不同颜色表示不同版块的内容.例如,教材^[1]一般用黑体字标记出标题,接着用兰色标记出学生应达到的目标等等.教材文字部分用词浅显,表述生动,多以短句的方式呈现.这样,通过形式多样的表征手段呈现,有助于学生充分理解教材内容.

参考文献

- [1] Betty C. Hall, Mona Fabricant, Algebra2 with Trigonometry. Englewood Cliffs, New Jersey, USA.
- [2] The University Chicago School Mathematics Project, Function Statistics and Trigonometry. Glenview, IL:Scott Foresman, USA.
- [3] 杨骞. 从数学的广泛应用性角度谈高中数学教材的编写[J]. 课程·教材·教法, 2003(3): 31 - 34.
- [4] 王林全. 国内外高中数学教材发展的若干趋势[J]. 学科教育, 2003(9): 45 - 49.
- [5] 孙晔, 刘兼. 多角度探求真实问题——螺旋式组织趣味知识[J]. 学科教育, 2001(1): 25 - 28.
- [6] 王振辉, 汪晓勤. 数学史如何融入中学数学教材[J]. 数学通报, 2003(9): 18 - 21.