

美国整体数学教材的几个特点及启示

熊丙章 刘丽颖

(重庆师范大学数学与计算机科学学院 400047)

整体数学(Integrated Mathematics)是2001年由美国迈克道格公司出版的一套数学教材(以下简称IM教材),共三本(几何、代数1、代数2),适合于9-11年级使用,这套教材因基于美国2000年数学课程标准理念编写而倍受各方关注。

1 教材的内容选取和编排特点

1.1 注重数学应用

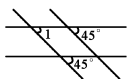
美国高中数学教材十分重视数学应用,特别是在实际生活中的应用。IM教材更是从多角度、多层次编排了数学应用的内容。

首先,教材以学习和应用数学为主线。其一,每节教学内容大体围绕两个应用性问题展开:你应学到什么,你为什么学?其二,教材中有关数学应用的例子和习题比比皆是。其内容涉及建筑、文化、商业、家庭理财等多方面,这充分显示了数学应用的广泛性。更为重要的是,教材力图在应用中帮助学生理解全球性问题(如粮食问题、人口增长、环境保护)给社会带来的影响和作用,借以培养学生的国际意识。

其次,教材抓住日常生活中的问题作为新内容的引入,常常围绕应用展开(例1)。这种引入方式不仅有利于创设主动的问题情境,而且有利于学生体会到数学和每个人都有联系,数学就在你身边,从而吸引学生到学习中来。

例1 小船的航向一直保持不变吗?

当你在多风的天气驾驶一艘小船的时候,逆风行驶将感到非常吃力,这时小船就要尽量避免逆风行驶。如图:



大多数的船就在与风向成 45° 的方向上行驶。如果船直接逆风而行,将是徒劳的。在第三章,你将学习怎样分析如小船行驶航线这类的直线问题。

思考与讨论:

(1) 你怎样测量 $\angle 1$ 的度数?并用量角器检验你的答案。

(2) 如果小船始终沿 45° 的方向行驶,并且风向保持不变,你认为小船的航向一直保持不变吗?

应用链接: 登录网址: www.mcdougallittle.com, 查阅更多有关航海的信息。

此外,教材辟有不少小栏目,其中有些栏目是关于应用的。如“聚焦职业”(Focus on Careers)这一栏目,就是专门介绍各行各业中应用数学的事例。

1.2 追求信息技术与数学课程的整合

一方面,信息技术的发展已经深刻地改变了数学世界,并影响到学生的数学学习内容和学习方式。另一方面,数学兼有科学和技术的双重身份,现代信息技术越来越表现为一种数学技术。

IM教材力图反映信息技术与数学课程的相互促进与紧密结合,这是该教材的又一大特色。这不仅给学生提供了丰富的学习环境和资源,而且有助于他们把精力集中在问题的思考和探究上,促进学生的数学学习。具体地说,这两者之间的整合反映在以下三方面:

一是计算器的使用。虽然该教材注意学生估算的学习,但也鼓励学生恰当的使用计算器来解决计算问题。另外,该教材还鼓励学生利用计算器进行探索规律等活动。


例2 利用计算器探索规律。根据你的观察,写出猜想结果:

$$(1) 101 \times 34, 101 \times 25, 101 \times 97, 101 \times 49;$$

$$(2) 11 \times 11, 111 \times 111, 1111 \times 1111, 11111 \times 11111.$$

二是网络链接。互联网拥有丰富的信息资源,是全球信息的集散地。并且,网络上很多资源都实现了资源共享。这样,网络将是我们今后获取信息的一个重要途径。具体来看,IM教材将基于网络环境的数学学习设计为网络链接。内容分为应用链接、学习帮助、职业链接和超越挑战四种方式(如下表)。另外,该教材在公众网站(www.mcdougallittle.com)

com) 提供了相关的资料,随时供师生浏览、下载等.

应用链接	新内容引入部分.
	数学史部分.
	人物聚焦部分. 如 SANTIAGO CALATRACA, 西班牙籍建筑学家, 已完成桥梁、火车站、体育场和艺术博物馆的设计.
	聚焦应用. 如太平盛世圆顶屋, 建于2000年, 位于英国格林尼治, 高约50米, 面积超过100000平方米.
学习帮助	家庭作业帮助: 这是一个提供更多例题和建议解答习题的网页.
	按键帮助: 这是一个针对不同类型的计算器, 提供精确按键次序的网页.
	软件帮助: 提供软件应用. 如利用几何软件画一个三角形, 并作一个角的角平分线. 然后作出三角形对边中点. 检查你的作图, 观察会发生什么. 角平分线总会过对边中点吗? 它曾经通过这个中点了吗?
职业链接	如测量员介绍, 测量员用一种叫做经纬仪的测量工具, 这种工具能测量角的精度达到 $1/3600$ 度.
超越挑战	如探究直线: 如下图所示:  每条直线都和其他直线相交, 但是只有两条直线相交于一点. 你能用这种方法画出5条直线相交并确定交点个数吗? 6条呢? 直线条数和其交点个数是否存在某种关系?

三是动态几何软件(或几何画板)在数学活动中的应用等方面. 比如利用几何画板画一次函数的图象. 这既使数学表示精确, 而且也使它的动态效果能加深学生对知识的理解和掌握.

1.3 注重数学联系

1.3.1 教材的内容选取密切联系生活实际

IM教材在充分体现了数学与生活的联系方面作了有益的探索, 比较突出地表现在如下方面:

一是教材注重数学知识来源于生活. 比如相似概念的引入, 教材就选择了同种类不同大小的鱼做模型. 这样让学生从平时看得见、摸得着的事物开始, 在具体形象的感知和判断中加深对数学的理解, 从而领悟数学与生活实际息息相关.

二是教材注意用数学知识解决实际问题. 如前述, 教材中的“你为什么学”版块, 就是紧紧围绕数学知识在生活实际中的应用展开.

例3 运用比例模型计算泰坦尼克号的长.

泰坦尼克号的模型长107.5英寸, 宽11.25英寸. 实际上, 泰坦尼克号的长是882.5英尺. 问它的实际宽是多少?

1.3.2 重视数学本身内容的衔接

美国高中数学教材注重渗透数学的整体观念, 这有助于学生领悟到数学是一个有机整体而不是一堆孤立的东西, 有助于学生从多角度、多层次思考问题. 进而, 解决问题的策略就会更加灵活多样. 具体地说, IM教材力图从以下两个方面来体现:

一是重视数学不同内容间的联系. 例如: 该教材注重函数、方程、不等式的联系; 向量与几何、代数、三角恒等变形的联系; 等等.

二是重视数学不同分支间的联系. 按照该教材的安排, 学生在高中前三年同时学习代数、几何的内容. 而且, 逻辑推理、度量、概率、统计、离散数学和函数等专题交替呈现.

1.3.3 重视数学与其他学科的联系

随着科学技术的进步和数学自身的发展, 数学与其他学科的联系越来越多. 如物理与数学的联系较为紧密: 物理为数学提供创设问题的情境, 数学为物理提供解决问题的方法. IM教材注意数学与物理学、化学、生物学、地理、历史、建筑学等多方面的联系. 这使学生在一个比较广阔的知识上获得对数学多维度、多层面的认识, 获得对其他学科的真正理解, 有助于学生在一个综合知识背景下形成良好的数学素养.

1.4 突出数学史内容

从历史上看, 美国数学教材有重视数学史的传统. 早期的数学教材中, 常以大幅数学家的照片, 冠以每章内容之前, 照片下面或者反面则是数学家的简介, 以后逐步变化.

IM教材则是把这部分内容设计为“数学与历史”(Math&History), 内容极其丰富, 包括数学史料、

一些数学概念产生的背景、数学家介绍和数学在现代生活中广泛应用等. 这有助于学生了解数学的发生和发展, 激发学生的学习兴趣, 也有助于学生会数学在人类发展史中的作用和价值.

例4 求面积法的历史(应用链接: www.mcdougallittle.com).

过去: 几千年以前, 埃及人需要测量他们耕种的土地面积. 大约公元前1650年, 他们求面积所用的数学方法就记载在纸莎草纸(古埃及用以制纸的)里面. 现在: 今天, 卫星和航空照片可以帮助我们求大范围或不连续区域的面积. 如根据航空照片的轮廓图, 求不规则图形的面积.

进一步阐述求面积法的发展(附实物照片图): 300B.C. 埃及纸莎草纸记载的求面积方法; 300B.C. 中国手稿(九章算术)记录求面积的方法; 1990s, 测量员利用从卫星返回信号求大范围面积.

1.5 呈现方式多样化

IM教材力图通过形式多样的表征手段, 促进学生充分理解教材内容.

1.5.1 注重图文并茂. 教材较多采用彩色图画和实物照片调动学生视觉, 并在图片旁边配以文字说明, 而且, 文字力求通俗易懂. 另外, 教材把重点内容或概念用彩色或黑体字醒目地标出来, 甚至用不同颜色表示不同版块的内容. 教材文字部分则用词浅显, 表述生动, 多以短句的方式呈现.

1.5.2 多采用活动方式呈现. 教材中具体内容的呈现并不是直接的罗列, 而是大多以活动的方式呈现. 概括起来, 主要包括如下方面:

一是导出抽象的概念、定理中的数学活动. 比如, IM教材在处理全等三角形判定定理(sss)时, 安排了一个动手操作的学习活动, 供教学参考.

二是信息技术运用或拓展概念中的数学探究活动. 这类数学活动多体现实践性、操作性和挑战性的特点.

例5 信息技术运用: 角和相交直线

(1) 画图: 画一条直线, 并标上A, B点; 画和已知直线相交的另一条直线, 并标上C, D点; 调整两条直线, 画出它们的交点E.

(2) 探究: 测量两条直线所成四个角的大小. 测量时, 注意点的顺序, 选择以E点为顶点, 记录结果. 绕E点改变其中一条直线的位置, 记录四个角的度数. 猜想, 你注意到角的度数变化规律了吗? 进

一步探究: 选择你已测得四个角的度数, 计算相邻角的度数之和. 更多的直线经过点E时, 重新找出两个相邻角的度数和.

(3) 结论: 你发现相交直线所成角的度数之和的规律了吗?

三是问题解决中的活动. 问题解决是美国数学教育持续关注的热点话题. 从美国数学课程标准2000看, 其中一个重要的课程目标就是问题解决. 继而, 标准认为问题解决是数学活动的一种基本形式.

基于上述理念, IM教材对此有两种处理方式: 一是在例题或习题部分贯穿问题解决; 二是在专门的课节用于对问题解决策略和应用的介绍. 具体步骤按理解模型、分类、推理三步进行说明. 在此基础上, 该教材还小结了在问题解决过程中常使用的一些策略, 如画图、列表、建立模型、猜测与验证、建立子目标等.

2 启示

借鉴与参考美国教材的一些做法, 无疑会促进我们的教材改革. 从上述几个特点反观我国的高中数学教材建设, 其启示是多方面的:

2.1 应进一步加强数学应用

应该说, 我们在这方面有所进步. 如开展的研究性学习、数学建模活动等方面, 都取得了一定的成效. 但随着计算机科学的迅猛发展, 应用数学和数学应用也得到了空前的发展. 数学应用仍是一个亟待加强的方面.

特别应看到, 加强数学应用不仅仅是在例题或习题中增加几个应用题, 而是在教材中贯穿应用意识, 突出数学应用的思想方法. 进而, “教材设计力图追求社会、知识、学生的有机统一; 教材组织力图体现方法、学法、教法融于一体”.^[2]

2.2 注重信息技术与数学课程的整合

我国高中教材(如人教版信息整合本, 2000)对此问题进行了积极的探索, 但这主要是从信息技术视角来考虑整合问题. 事实上, 整合应兼顾信息技术与数学课程两个方面, 其立足点应放在数学课程, 让信息技术服务于数学课程.

我国高中数学课程标准从多方面强调信息技术与数学课程的整合, 正是力求达成恰当、有机地整合二者的局面. 但另一个问题是, 我们还应借鉴美国高中数学教材, 以及义务教育阶段数学教材的

数学探究学习的条件浅析

徐光考

(浙江省台州市椒江职业中专 318000)

现代教育学、心理学研究表明,学生学习过程本身具有发现的性质,但这并不等于说所有的学习过程必然成为探究发现的过程.事实上,学生的学习过程只有在一定条件下才可能成为探究的过程.因此,在数学教学中,教师要组织有意义的探究学习活动,必须注意下面的一些条件.

1 难易适度的数学学习内容

难易适度的数学学习内容是指学生现有的数学认知结构和认知方式无法直接同化吸收的数学学习内容.教学实践告诉我们,太容易的数学学习内容使学生丧失兴趣,没有足够的动机,太难则使学生产生挫折,失去了进一步探究的信心.而难易适度的数学学习内容,学生要根据自己的学习目的和知识客体的特性,操纵知识客体,同时对自身的认知结构和认知方式进行调整,改造和变革,以便在知识客体和自身的认知结构之间建立内在的联系,从而将外在的知识真正内化到自己已有的认知结构中去^[1].

一些有益经验,吸纳多方力量,促进高中数学教材在这方面的建设.

2.3 进一步加强数学与生活的联系(或整合)

我国高中数学教材在这方面仍有欠缺,比较偏重于脱离实际的机械式题型训练.要知道,生活和生产实际是数学发生发展的源泉和动力;数学可以帮助人们更好地认识自然和人类社会,更好地适应日常生活,更好地理解周围世界.

因此,教材应联系实际选取素材,让数学回归生活;另一方面,教材应注重培养学生运用数学的思维方式去观察和分析现实社会,去解决日常生活中问题的能力.

把握难易适度的办法是根据前苏联心理学家维果茨基的最近发展区理论,维果茨基认为,至少可确定学生有两种发展水平:一种是已经达到的发展水平(或称现有发展水平),表现为学生能够独立地,自主地完成教师提出的智力任务;另一种是可能达到的发展水平(或称潜在发展水平),表现为学生还不能独立地完成,但在教师的帮助下,通过自己的努力才能完成的智力任务.这两个水平的幅度,即为最近发展区^[2].在数学探究学习中,教师首先要了解和把握学生对某个知识点的现有发展水平,再把数学学习内容转化为学生最近发展区内的问题.

案例1 问题1:“在一般的 $m \times n$ 的矩形中,不重叠地放入直径为1的圆片,如何放入较多的圆片?”由于问题1要求学生达到的潜在发展水平离学生现有的发展水平较远,于是教师采用将问题1弱化的策略来创设数学情境:“合理下料问题.某工厂要在 $1\text{ m} \times 1\text{ m}$ 的正方形薄板上冲压出直径为 0.1 m

2.4 注重数学史内容与教材的恰当融合

美国教材注重数学史内容与教材紧密结合的做法值得借鉴.另外,数学史融入数学教材中,还“应该有总体上合理的布局及介绍的视角^[3]”.

参考文献

- 1 Mc Dougal Litell. Integrated Mathematics ,A Houghton Mifflin Company ,2001 ,USA
- 2 杨 骞.从数学的广泛应用性角度谈高中数学教材的编写[J].课程·教材·教法,2003,3:31-34
- 3 王振辉,汪晓勤.数学史如何融入中学数学教材[J].数学通报,2003,9:18-21

作者简介:徐光考(1956~),男,浙江省特级教师,现从事中学数学的教学与研究工作.